



## GUÍA DEL ESTUDIANTE

### Potencias

#### TIPOS DE POTENCIAS

**OBJETIVO:** Recordar los tipos de potencias y sus características.

#### Recordemos

#### POTENCIA DE BASE Y EXPONENTE NATURAL

Una potencia de base  $a$  y exponente  $n$  se define para  $a$  y  $n \in \mathbb{N}$  como la multiplicación iterada de  $a$  la cantidad de veces que indica  $n$ :

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ veces}}$$

Ejemplo:  $2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$

#### POTENCIA DE BASE Y EXPONENTE ENTERO

En la potencia  $a^n$  con  $a$  y  $n \in \mathbb{Z}$  se tienen los siguientes casos:

##### a) Potencia de base un número negativo:

Una potencia cuya base es negativa da como resultado un número mayor que cero si su exponente es un **número par**.

Ejemplo:  $(-3)^2 = (-3) \cdot (-3) = 9$

Una potencia cuya base es negativa da como resultado un número menor que cero si su exponente es un **número impar**.

Ejemplo:  $(-5)^3 = (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) = -125$

**Importante:** Cuando la base de una potencia es negativa se escribe con paréntesis  $(-a)^n$ , de este modo se entiende que el número negativo es el que se repite  $n$  veces. En caso de no haber paréntesis  $-a^n$  se entiende que la base es positiva y que el signo negativo corresponde a la potencia, es decir, al resultado.

$$(-a)^n \neq -a^n$$

#### Ejemplos:

<p>1) Con <math>n</math> par:</p> $(-3)^4 = -3 \cdot -3 \cdot -3 \cdot -3 = 81$ $-3^4 = -(3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3) = -81$ $81 \neq -81$ $(-3)^4 \neq -3^4$	<p>2) Con <math>n</math> impar:</p> $(-3)^3 = -3 \cdot -3 \cdot -3 = -27$ $-3^3 = -(3 \cdot 3 \cdot 3) = -27$ <p>Si bien se obtiene el mismo resultado, el procedimiento es distinto.</p>
--	---



**En resumen:** En la potencia  $a^n$  si  $a \in \mathbb{Z}^-$  y  $n \in \mathbb{N}$  se tiene que:

- Si  $n$  es par, entonces  $a^n > 0$
- Si  $n$  es impar, entonces  $a^n < 0$

**b) Potencia de exponente un número negativo:**

El valor de potencia de base entera distinta de cero cuyo exponente es negativo será igual al inverso multiplicativo de la base de la potencia con exponente positivo.

Ejemplos:

$$1) 5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25}$$

$$2) (-2)^{-3} = \frac{1}{(-2)^3} = \frac{1}{-8} = -\frac{1}{8} \quad (\text{la base también puede ser un número negativo})$$

**En resumen:** En la potencia  $a^n$  si  $a \in \mathbb{Z} - \{0\}$  y  $n \in \mathbb{N}$ , entonces:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

## POTENCIA DE BASE RACIONAL Y EXPONENTE ENTERO

**a) Potencia con exponente positivo:**

Una potencia de base racional y exponente entero positivo se define como:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \underbrace{\frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} \cdot \dots \cdot \frac{a}{b}}_{n \text{ veces}} = \frac{a^n}{b^n} \quad ; \text{ Con } \frac{a}{b} \in \mathbb{Q} \text{ y } n \in \mathbb{N}$$

Ejemplo:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2^3}{3^3} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2}{3 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{8}{27}$$

**b) Potencia con exponente negativo:**

Una potencia de base racional y exponente negativo es equivalente al inverso multiplicativo de la base con exponente positivo:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n \quad ; \text{ Con } \frac{a}{b} \in \mathbb{Q} - \{0\} \text{ y } n \in \mathbb{N}$$

Ejemplo:

$$\left(\frac{4}{5}\right)^{-4} = \left(\frac{5}{4}\right)^4 = \frac{5^4}{4^4} = \frac{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5}{4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4} = \frac{625}{256}$$



**En resumen:** Sea  $\frac{a}{b} \in \mathbb{Q}$  la base de una potencia y  $n \in \mathbb{N}$  el exponente, se tiene:

- $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}; b \neq 0$
- $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$  con  $a \neq 0, b \neq 0$

### Práctica

1. Representa cada una de las siguientes multiplicaciones iteradas como una potencia de base entera:

a)  $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 =$

d)  $0,1 \cdot 0,1 \cdot 0,1 =$

b)  $(-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) =$

e)  $-(5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5) =$

c)  $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} =$

2. Representa los siguientes números como potencias:

a)  $8 =$

h)  $-27 =$

b)  $25 =$

i)  $243 =$

c)  $-36 =$

j)  $-256 =$

d)  $49 =$

k)  $216 =$

e)  $625 =$

l)  $343 =$

f)  $-32 =$

m)  $729 =$

g)  $125 =$

3. Escribe cada potencia con exponente positivo:

a)  $2^{-3} =$

d)  $\left(\frac{3}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{1}{10}\right)^{-1} =$

b)  $5^{-10} =$

e)  $(-4)^{-5} =$

c)  $\left(\frac{1}{6}\right)^{-4} =$

f)  $\left(-\frac{1}{5}\right)^{-8} =$



4. Resuelve las siguientes potencias:

a)  $3^3 =$

b)  $-4^2 =$

c)  $(-5)^3 =$

d)  $\left(\frac{1}{2}\right)^4 =$

e)  $\left(-\frac{1}{4}\right)^5 =$

f)  $-\left(\frac{3}{2}\right)^2 =$

g)  $5^{-3} =$

h)  $-7^{-2} =$

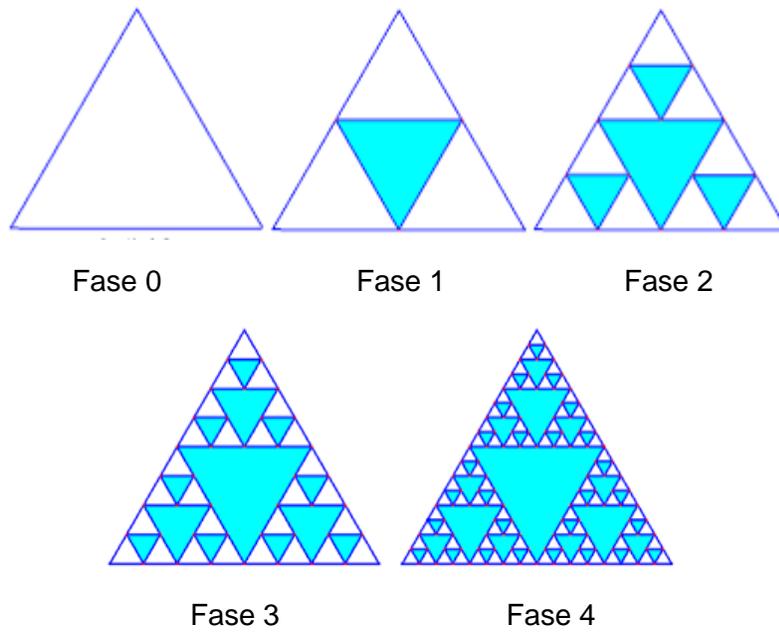
i)  $\left(\frac{3}{4}\right)^{-3} =$



## Desafío

El triángulo de Sierpinski es un fractal<sup>1</sup> que se construye a partir de cualquier triángulo. Se aplicará en este caso, a un triángulo equilátero uniendo los puntos medios de cada lado del triángulo original, formando 4 nuevos triángulos. En cada uno de los 3 triángulos blancos formados (ver imagen) se vuelve a repetir el proceso y así sucesivamente con los triángulos blancos que resulten cada vez que se aplica el proceso.

Llamaremos fase 1, 2, 3, ... a las figuras resultantes luego de aplicar el proceso y fase 0 al triángulo original del cual se comenzó. En cada fase, el lado del triángulo se reduce a la mitad en los nuevos triángulos formados, es decir, a  $\frac{1}{2}$  de su medida.



Fuente: <http://sabinamatematica.blogspot.com/2013/04/triangulo-de-sierpinski.html>

Si el lado del triángulo equilátero en su fase 0 es de 1 unidad,

1. ¿Cuál es la medida del lado de los nuevos triángulos blancos formados en su fase 3?
2. ¿Puedes expresar el resultado como una potencia? ¿Cómo?

<sup>1</sup> Es un objeto geométrico cuya estructura básica, fragmentada o aparentemente irregular, se repite a diferentes escalas.



## PROPIEDADES DE LAS POTENCIAS

**OBJETIVO:** Aplicar las propiedades de potencias.

### Recordemos

En años anteriores has estudiado las propiedades de potencias separadas por conjuntos numéricos: potencias en los números naturales, enteros y racionales. Lo cierto es que las propiedades se utilizan por igual en cualquiera de ellos. A continuación, se presentan las propiedades con ejemplos en los distintos conjuntos numéricos:

### POTENCIA DE EXPONENTE 0

Cuando el exponente de una potencia es 0, su resultado es 1 siempre cuando su base no sea 0.

Ejemplos:

$$2^0 = 1$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^0 = 1$$

$$(-3)^0 = 1$$

### POTENCIA DE EXPONENTE 1

Cuando el exponente de una potencia es 1, su resultado siempre es igual a la base.

Ejemplos:

$$4^1 = 4$$

$$(-5)^1 = -5$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^1 = \frac{1}{2}$$

### MULTIPLICACIÓN DE POTENCIAS DE IGUAL BASE

En la multiplicación de potencias de igual base se mantiene la base y se suman los exponentes.

Ejemplos:

$$5^2 \cdot 5^3 = 5^{2+3} = 5^5$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^{5+2} = \left(\frac{1}{2}\right)^7$$

$$(-2)^2 \cdot (-2)^3 = (-2)^{2+3} = (-2)^5$$



## MULTIPLICACIÓN DE POTENCIAS DE IGUAL EXPONENTE

En la multiplicación de potencias de igual exponente se multiplican las bases y se mantiene el exponente.

Ejemplos:

$$(-2)^3 \cdot 4^3 = (-2 \cdot 4)^3 = (-8)^3$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}\right)^2 = \left(\frac{1}{6}\right)^2$$

## DIVISIÓN DE POTENCIAS DE IGUAL BASE

En la división de potencias de igual base se mantiene la base y se restan los exponentes.

Ejemplos:

$$3^2 \div 3^1 = 3^{2-1} = 3^1$$

$$\frac{6^4}{6^2} = 6^{4-2} = 6^2$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^6 \div \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^{6-2} = \left(\frac{1}{2}\right)^4$$

## DIVISIÓN DE POTENCIAS DE IGUAL EXPONENTE

En la división de potencias de igual base, se dividen las bases y se mantiene el exponente.

Ejemplos:

$$(-8)^2 \div 2^2 = (-8 \div 2)^2 = (-4)^2$$

$$\frac{5^3}{3^3} = \left(\frac{5}{3}\right)^3$$

## POTENCIA DE UNA POTENCIA

En la potencia de una potencia se mantiene la base y se multiplican los exponentes.

Ejemplos:

$$(3^2)^{-3} = 3^{2 \cdot (-3)} = 3^{-6}$$

$$\left[\left(\frac{3}{2}\right)^2\right]^{-4} = \left(\frac{3}{2}\right)^{-8}$$

## POTENCIA DE EXPONENTE NEGATIVO

Una potencia con exponente negativo es igual al inverso multiplicativo de la base con el exponente positivo.

Ejemplos:

$$2^{-3} = \left(\frac{1}{2}\right)^3$$

El inverso multiplicativo de 2 es  $\frac{1}{2}$  ya que la multiplicación de estos factores da como resultado el neutro multiplicativo, es decir el 1.

$$2 \cdot \frac{1}{2} = 1$$



$$\left(\frac{3}{5}\right)^{-4} = \left(\frac{5}{3}\right)^4$$

$$(0,1)^{-2} = \left(\frac{1}{10}\right)^{-2} = 10^2$$

### En resumen:

- $a^0 = 1$

- $a^1 = a$

- $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$

- $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$

- $a^n \div a^m = a^{n-m}$

*o también*  $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$

- $a^n \div b^n = (a \div b)^n$

*o también*  $\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$

- $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$

- $a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n$

- $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$

### Práctica

5. Aplica la propiedad de potencia correspondiente a cada caso:

a)  $10^0 =$

e)  $8^2 \cdot 8^4 =$

b)  $(-5)^1 =$

f)  $4^3 \div 2^3 =$

c)  $\left(\frac{1}{4}\right)^{-1} =$

g)  $3^{-2} =$

d)  $(4^3)^{-1} =$

h)  $\frac{8^5}{4^2} =$

6. Aplica las propiedades de potencias para resolver:

a)  $a \cdot a^3 \cdot a^5 =$

c)  $[(a^{-2})^{-4}]^3 =$

b)  $\frac{27x^4y^3}{3x^3y^3} =$

d)  $\frac{a^2b^3a^5b^7}{(ab)^3b^2a} =$



COLEGIO OLIVAR COLLEGE

Subsector: Matemática

Nivel: 2º medio

Profesor: Guillermo Pavez Bustamante

e)  $2^0 + 2^{-1} - 2^{-2} + 2^{-3} =$

f)  $\left(\frac{1}{4}\right)^{-1} + \left(\frac{1}{5}\right)^{-2} + \left(-\frac{1}{3}\right)^{-3} =$

g)  $\frac{3^{-2} - 3^2}{3^2} =$

h)  $\left(\frac{1}{2} \cdot x^{-4}\right)^{-2} =$



COLEGIO OLIVAR COLLEGE

Subsector: Matemática

Nivel: 1º medio

Profesor: Guillermo Pavez Bustamante

## Desafío

a) Si  $A = \frac{1}{2a}$ ,  $B = \frac{1}{3a}$ . Entonces  $[A - A^{-1}B] \cdot A^{-1}$  es igual a:

b) Demuestra utilizando las propiedades de potencias que  $2^0 = 1$