



GUÍA DEL ESTUDIANTE Expresiones algebraicas

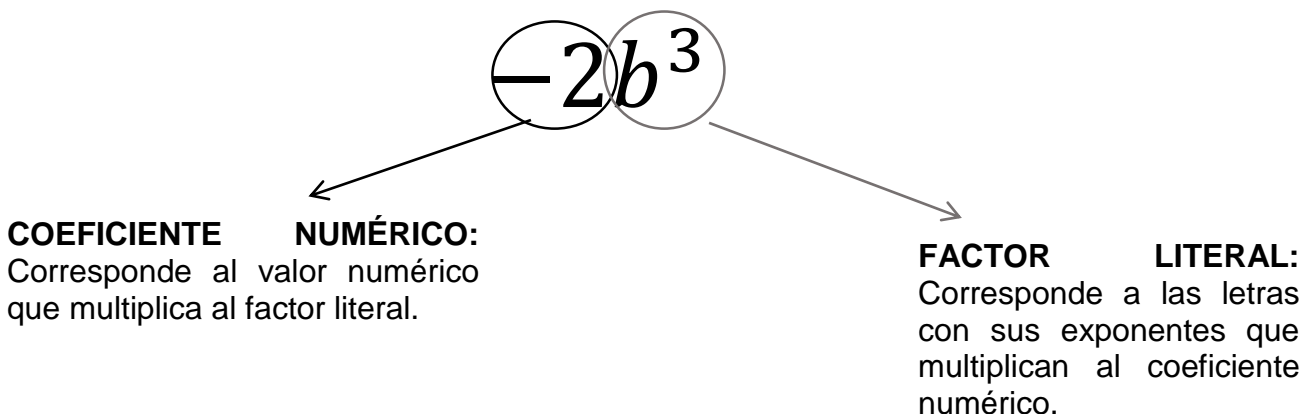
REDUCCIÓN DE TÉRMINOS SEMEJANTES

OBJETIVO: Reducir expresiones algebraicas utilizando las propiedades de la adición.

Recordemos

El álgebra consiste en manejar relaciones numéricas en las que una o más cantidades son desconocidas (incógnitas), en el caso de las ecuaciones. Y letras (variables) cuando trabajamos con términos o expresiones algebraicas.

En la siguiente imagen se observa un **término algebraico**. En este se pueden identificar los siguientes elementos:



Una **expresión algebraica** es una combinación de letras y números unida por operaciones de: adición o sustracción.

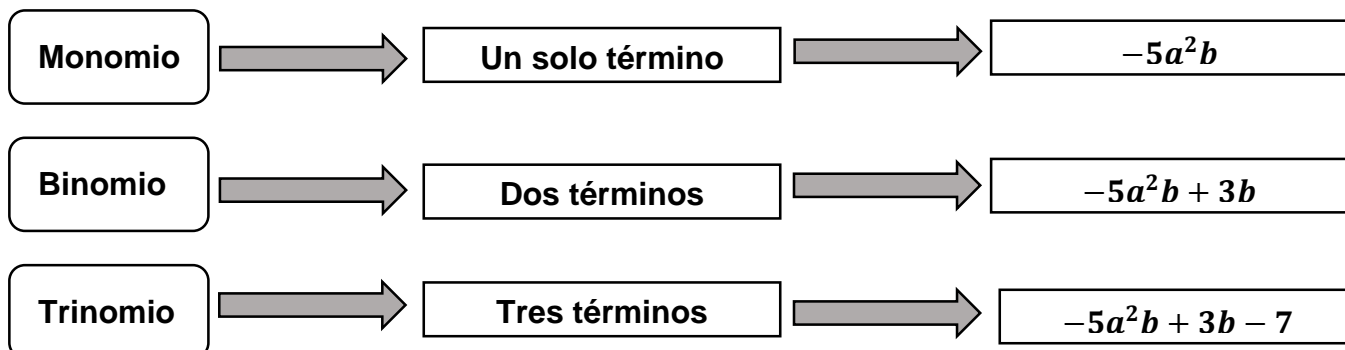
Ejemplo

$$3ab^2c + 5ab - 7$$

Una expresión está compuesta por dos o más términos algebraicos.

CLASIFICACIÓN DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Podemos clasificar las expresiones algebraicas dependiendo de la cantidad de términos que la componen:





Práctica

Clasifica las siguientes expresiones, según la cantidad de términos que tenga.

Ejemplo:

$-3a + 5c - 2$ es un **trinomio**, ya que está formado por tres términos algebraicos.

- | | | | |
|--------------------|----------------------|------------------|----------------------|
| a) $-3a$ | <input type="text"/> | d) $11 - n + 3z$ | <input type="text"/> |
| b) $5a^2 - 3 + 5b$ | <input type="text"/> | e) y^3 | <input type="text"/> |
| c) $7 - 2a$ | <input type="text"/> | f) $n - m$ | <input type="text"/> |

PROPIEDADES DE LA ADICIÓN DE TÉRMINOS ALGEBRAICOS

Observa los siguientes **términos algebraicos**. ¿Tienen algo en común?

$3ab \quad 3ab^2 \quad 5a^2b \quad -ab^2 \quad -7ab \quad 3ab^2$

Si te das cuenta hay términos que tienen el mismo coeficiente numérico, la parte literal o ambos. Por lo tanto, podríamos clasificar los términos de acuerdo a varios criterios.

Se llaman **términos semejantes** sólo a los términos que comparten **igual factor literal**.

Entonces si agrupamos los **términos anteriores según su parte literal**, tendríamos que:

$3ab, -7ab$ → Son términos semejantes pues tienen igual factor literal (ab)

$3ab^2, -ab^2, 3ab^2$ → Son términos semejantes pues tienen igual factor literal (ab^2)

→ No es semejante con ningún otro término

$5a^2b$

“No hay que mezclar peras con manzanas”...



Recuerdo como mi abuelita nos repetía este dicho cuando queríamos agrupar elementos que no tenían algo en común y sin querer nos enseñaba **propiedades de los términos semejantes**.



Observación

La **adición de términos algebraicos** se puede realizar solo cuando estos **términos son semejantes**, y cumple con ciertas propiedades.

Recuerda que en la adición de números enteros:

Si ambos números tienen el mismo signo:

El resultado tendrá el signo de estos números.

El resultado de su adición, es la suma de los valores absolutos de los números.

Por ejemplo:

$$-20 - 15 = -(20 + 15) = -35$$

Si ambos números tienen distinto signo:

El signo del resultado es el signo del número con mayor valor absoluto.

El resultado es la diferencia entre el número de mayor valor absoluto y el de menor valor absoluto.

Por ejemplo:

$$-20 + 15 = -(20 - 15) = -5$$

1° PROPIEDAD: CONMUTATIVIDAD

En una adición, tenemos:

$$\begin{array}{ccc} a + b = b + a = c & \longrightarrow & \text{Suma} \\ \downarrow \quad \downarrow & & \text{(o resultado)} \\ \text{Sumandos} & & \end{array}$$

Esta propiedad nos indica que, si cambiamos el orden de los sumandos, no se altera la suma o resultado.

$$\begin{array}{c} \underbrace{6 + 13} = \underbrace{13 + 6} \\ 19 = 19 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \underbrace{6 + -13} = \underbrace{-13 + 6} \\ -7 = -7 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \underbrace{-6 + -13} = \underbrace{-13 + -6} \\ -19 = -19 \end{array}$$

Si aplicamos esta propiedad a términos algebraicos semejantes, también se cumple que:

$$\begin{array}{c} \underbrace{2c + 7c} = \underbrace{7c + 2c} \\ 9c = 9c \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \underbrace{2c + -7c} = \underbrace{-7c + 2c} \\ -5c = -5c \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \underbrace{-2c + -7c} = \underbrace{-7c + -2c} \\ -9c = -9c \end{array}$$

2° PROPIEDAD: ASOCIATIVIDAD

La propiedad asociativa establece que cambiar la agrupación de los sumandos no cambia el valor de la suma. Recuerda que el paréntesis nos dice qué debemos hacer primero.

$$\begin{array}{c} \underbrace{(6 + 13)} + 2 = 6 + \underbrace{(13 + 2)} \\ 19 + 2 = 6 + 15 \\ 21 = 21 \end{array}$$



Si aplicamos esta propiedad a términos algebraicos semejantes, también se cumple:

$$\begin{aligned} (3c + 11c) + 5c &= 3c + (11c + 5c) \\ 14c + 5c &= 3c + 16c \\ 19c &= 19c \end{aligned}$$

3° PROPIEDAD: NEUTRO ADITIVO

La propiedad del neutro aditivo establece que la suma de cualquier número y cero es igual al primer número. El cero corresponde al elemento neutro en la adición.

$$6 + 0 = 6$$

Si aplicamos esta propiedad a términos algebraicos semejantes, también se cumple que:

$$2c + 0 = 2c$$

4° PROPIEDAD: INVERSO ADITIVO

El inverso aditivo de un número es llamado también el **opuesto**. Si al número le sumamos su opuesto obtenemos el neutro aditivo, es decir, cero como resultado.

$$6 + (-6) = 0$$

Si aplicamos esta propiedad a términos algebraicos semejantes, también se cumple:

$$20c + (-20c) = 0$$

Práctica

Indica la propiedad que se esté utilizando en las siguientes adiciones:

- | | | | |
|-------------------|----------------------|------------------------------------|----------------------|
| a) $-3a + 3a = 0$ | <input type="text"/> | d) $-2n + 3n = 3n + -2n$ | <input type="text"/> |
| b) $5b + 0 = 5b$ | <input type="text"/> | e) $(7c + 2c) - c = 7c + (2c - c)$ | <input type="text"/> |
| c) $a + (-a) = 0$ | <input type="text"/> | f) $n + -m = -m + n$ | <input type="text"/> |



REDUCCIÓN DE TÉRMINOS SEMEJANTES

Cuando tenemos una expresión algebraica que reúne términos algebraicos, podemos agrupar los términos semejantes a través de la adición y sustracción, para así reducir la cantidad de términos de la expresión.

Ejemplo:

Si queremos reducir la siguiente expresión:

$$5x + 2y - 4z + 3z - 2x - y + x - y + 3x^2$$

1° Identificamos los términos semejantes (si es que existen). Puedes colorear o encerrar con diferentes figuras aquellos términos que tengan el mismo factor literal.

$$\textcircled{5x} + \underline{2y} \quad \boxed{-4z} \quad \boxed{+3z} \quad \textcircled{-2x} \quad \underline{-y} \quad \textcircled{+x} \quad \underline{-y} + 3x^2$$

2° Agrupamos los términos semejantes (misma figura) considerando el signo que aparece a la izquierda de cada término.

$$\textcircled{5x} \quad \textcircled{-2x} \quad \textcircled{+x} \quad \underline{+2y} \quad \underline{-y} \quad \underline{-y} \quad \boxed{-4z} \quad \boxed{+3z} + 3x^2$$

3° Por cada grupo de términos semejantes, realizaremos las operaciones según los signos y mantendremos el factor literal común.

$$5x - 2x + x + 2y - y - y - 4z + 3z + 3x^2$$

En álgebra, podemos no escribir los coeficientes numéricos iguales a 1, pero para resolver el ejercicio es conveniente escribirlos para poder realizar las operaciones:

$$5x - 2x + 1x + 2y - 1y - 1y - 4z + 3z + 3x^2$$

4° Agrupamos los coeficientes numéricos de cada grupo de términos semejantes.

$$(5 - 2 + 1) \cdot x + (2 - 1 - 1) \cdot y + (-4 + 3) \cdot z + 3x^2$$

5° Luego debes realizar las operaciones, recordando las propiedades de la adición de números enteros.

$$\begin{array}{l} \underbrace{(5 - 2 + 1)} \cdot x + \underbrace{(2 - 1 - 1)} \cdot y + \underbrace{(-4 + 3)} \cdot z + 3x^2 \\ \underbrace{(3 + 1)} \cdot x + \underbrace{(1 - 1)} \cdot y + (-1) \cdot z + 3x^2 \\ (4) \cdot x + (0) \cdot y + (-1) \cdot z + 3x^2 \end{array}$$

Si el coeficiente numérico de un término es 1, este número no se escribe en el resultado final, solo el factor literal. Por ejemplo, si un término fuera $1 \cdot h$, sólo escribirías h como término.

6° Después de realizar las operaciones habremos hecho la reducción de los términos semejantes.

$$5x - 2x + x + 2y - y - y + 4z - 3z + 3x^2 = \boxed{4x - z + 3x^2}$$



Práctica

Reduce los términos semejantes en las expresiones algebraicas, utilizando la estrategia anterior.

a) $5a - 6b + 8c + 9a - 20c - b + 6b - c$

b) $5x - 11y - 9 + 20x - 1 - y$

c) $-6m + 8n + 5 - m - n - 6m - 11$



COLEGIO OLIVAR COLLEGE
Subsector: Matemática
Nivel: 1° medio
Profesor: Guillermo Pavez Bustamante

d) $15a^2 - 6ab - 8a^2 + 20 - 5ab - 31 + a^2 - ab$

e) $m^2 + 71mn - 14m^2 - 65mn + m^3 - m^2 - 115m^2 + 6m^3$

f) $x^4y - x^3y^2 + x^2y - 8x^4y - x^2y - 10 + x^3y^2 - 7x^3y^2 - 9 + 21x^4y - y^3 + 50$



¿Qué ocurre si tenemos paréntesis en la expresión algebraica que queremos reducir?

Para desarrollar una expresión con paréntesis, primero hay que eliminar los paréntesis usando la propiedad distributiva.

Ejemplo:

$$9x + 13y - 9z - [7x - \{-y + 2z - 2 \cdot (5x - 9y + 5z) - 3z\}]$$

PRIMERO. Debemos resolver los paréntesis que están dentro de otro, multiplicando el factor que está afuera del paréntesis por todos los términos que se encuentran dentro del paréntesis.

Para el paréntesis redondo se distribuye el factor externo (-2), el cual al multiplicar cambia los signos de los términos que se encuentran dentro de este paréntesis.

$$9x + 13y - 9z - [7x - \{-y + 2z - \underbrace{2(5x - 9y + 5z)}_{-10x + 18y - 10z} - 3z\}]$$

$$9x + 13y - 9z - [7x - \{-y + 2z - 10x + 18y - 10z - 3z\}]$$

En el caso del paréntesis de llave y cuadrado se observa que lo antecede un signo negativo, para lo cual agregamos el número 1 para distribuir el factor externo (-1), el cual al multiplicar cambia los signos de los términos que se encuentran dentro de estos paréntesis.

$$9x + 13y - 9z - [7x - \underbrace{1\{-y + 2z - 10x + 18y - 10z - 3z\}}_{-7x - y + 2z - 10x + 18y - 10z - 3z}]$$

$$9x + 13y - 9z - \underbrace{1[7x + y - 2z + 10x - 18y + 10z + 3z]}_{-7x - y + 2z - 10x + 18y - 10z - 3z}$$

$$9x + 13y - 9z - 7x - y + 2z - 10x + 18y - 10z - 3z$$

SEGUNDO. Después de eliminar los paréntesis, agrupamos términos semejantes.

$$9x + 13y - 9z - 7x - y + 2z - 10x + 18y - 10z - 3z$$

$$9x \quad +13y \quad \boxed{-9z} \quad -7x \quad -y \quad \boxed{+2z} \quad -10x \quad +18y \quad \boxed{-10z} \quad \boxed{-3z}$$

$$\underbrace{9x - 7x - 10x}_{-8x} + \underbrace{13y - y + 18y}_{+30y} - \underbrace{9z + 2z - 10z - 3z}_{-20z}$$

Práctica

Reduce los términos semejantes en las expresiones algebraicas, utilizando la estrategia anterior.

a) $(5a - 6b + 8c + 9a) - (20c - b) + 6b - c$



COLEGIO OLIVAR COLLEGE
Subsector: Matemática
Nivel: 1° medio
Profesor: Guillermo Pavez Bustamante

b) $5x - \{11y + (-9 + 20x) - 1\} - y$

c) $-[6m + 8n + 5 - \{m - (n - 6m) - 11\}]$

d) $15a^2 - [6ab - \{8a^2 + 20 - 2(5ab - 31) + a^2 - ab\}]$

e) $m^2 + 71mn - [14m^2 - \{65mn + m^3 - (m^2 - 115m^2)\}] + 6m^3$



f) $-[x^4y - \{x^3y^2 + x^2y - 8x^4y - (x^2y - 10) + x^3y^2 - (7x^3y^2 - 9) + 21x^4y\} - y^3 + 50]$

Desafío

Aplica lo visto anteriormente para resolver la siguiente actividad.

Se tiene que cerrar con alambre una parcela, cuyas dimensiones se encuentran en la siguiente figura.

¿Cuál es la expresión que representa la cantidad de alambre que se debe comprar para realizar el cierre del terreno?

